

2EL1720 - Distributions et opérateurs

Responsables : **Pauline LAFITTE**

Département de rattachement : **DÉPARTEMENT MATHÉMATIQUES**

Langues d'enseignement : **FRANCAIS**

Type de cours : **Electif 2A**

Campus où le cours est proposé : **CAMPUS DE PARIS - SACLAY**

Nombre d'heures d'études élèves (HEE) : **60**

Nombre d'heures présentielles d'enseignement (HPE) : **30**

Année académique : **2024-2025**

Catégorie d'électif : **Sciences fondamentales**

Niveau avancé : **oui**

Présentation, objectifs généraux du cours :

Ce cours théorique revient à la genèse des concepts d'analyse fonctionnelle présentés dans le cours de CIPEDP de 1ère année.

Historiquement, les distributions et les opérateurs ont été introduits pour donner un cadre mathématique adapté à la formalisation de problèmes issus de la physique. Ainsi ont été généralisés les concepts de fonctions en fournissant une théorie pour traiter de manière rigoureuse des questions fondamentales de l'analyse (interversions de limites, interversion limite-intégrale, transformée de Fourier...).

Ces concepts permettent d'apporter une réponse : dans quel espace fonctionnel doit-on chercher la solution du problème pour qu'il soit bien posé au sens de Hadamard, c'est-à-dire pour qu'il ait une et une seule solution qui dépende continûment des données ? En particulier, le concept de topologie (générale) sur de tels espaces revêt un rôle essentiel pour étudier la question de la continuité et plus généralement celle de la convergence. Selon les cas considérés, elles peuvent être définies par une distance, une norme ou une famille de semi-normes.

Dans le cadre de la théorie générale des processus stochastiques (ou fonctions aléatoires), les distributions et opérateurs constituent les outils mathématiques de base pour étudier les processus gaussiens ou des extensions du mouvement brownien classique. Les concepts étudiés dans ce cours sont à la base de la représentation de ces processus sous forme spectrale ou intégrale, qui permet leur étude fine (propriétés géométriques, propriétés de Markov, définition d'une intégrale stochastique, etc.)

Période(s) du cours (n° de séquence ou hors séquence) :

SG6

Prérequis :

CIPEDP

Plan détaillé du cours (contenu) :

Ce cours de mathématiques fondamentales est organisé autour de l'étude théorique des notions suivantes :

- Théorèmes de Hahn-Banach
- Opérateurs non bornés
- Topologies faibles
- Concepts avancés de distributions

Au sein de chacun de ces thèmes, la majeure partie des résultats sont démontrés rigoureusement en cours.

Déroulement, organisation du cours :

Cours magistraux durant lesquels les concepts et les résultats sont exposés et démontrés au tableau. Séances d'exercices d'application sous forme de travaux dirigés.

Organisation de l'évaluation :

Homeworks + Devoirs libres + Contrôle Final obligatoire écrit 2h sans document

Moyens :

- Equipe enseignante : Pauline Lafitte (CM), Alexandre Richard (TD)
- Taille des TD (par défaut 35 élèves) : un seul groupe de TD (effectif complet)

Acquis d'apprentissage visés dans le cours :

Maîtriser les bases de la théorie de l'analyse fonctionnelle : les élèves posséderont les capacités de raisonnement et de rigueur indispensables à l'acte de modélisation et à son analyse.

Description des compétences acquises à l'issue du cours :

C1: Analyze, design and build complex systems with scientific, technological, human and economic components

C2.1: Deepen a field of engineering sciences or a scientific discipline

C2.2: Import knowledge from other fields or disciplines

C2.3: Identify and acquire independently new knowledge and skills

C7.1: Structure ideas and arguments, be synthetic (assumptions, objectives, expected results, approach, and value created)

This course gives an important basis for students who want to attend a Master 2 connected to fundamental mathematics (for instance in Analysis, Partial Differential Equations or Probability).

Bibliographie :

Éléments de correction d'exercices en ligne.