

2EL5050 - Méthodes d'estimations et introduction à la théorie moderne du codage

Responsables : **Michel BARRET**

Langues d'enseignement : **FRANCAIS**

Type de cours : **Electif 2A**

Campus où le cours est proposé : **CAMPUS DE METZ**

Nombre d'heures d'études élèves (HEE) : **60**

Nombre d'heures présentielles d'enseignement (HPE) : **35**

Année académique : **2024-2025**

Catégorie d'électif : **Sciences fondamentales**

Niveau avancé : **oui**

Présentation, objectifs généraux du cours :

Ce cours présente deux problèmes clés de la théorie de la décision : l'estimation pure et la détection. Les notions suivantes seront présentées et mises en œuvre numériquement : formalisation de ces problèmes, influence de la fonction coût, du point de vue (bayésien ou non), de l'information à priori. Les problèmes de l'estimation de la densité spectrale de puissance et de la prédiction d'une série temporelle ergodique seront étudiés en détail. Quatre théorèmes fondamentaux de codage pour des systèmes discrets sans mémoire seront énoncés et démontrés.

Période(s) du cours (n° de séquence ou hors séquence) :

SG6

Prérequis :

- Cours de Probabilités de 1A (CIP, 1SL1000)
- Cours de Traitement du Signal de 1A (1CC4000)

Il est conseillé d'avoir également suivi

- Cours de Statistique et apprentissage de 1A (1CC5000)
- Cours Système d'information et Programmation de 1A (1CC1000).

Plan détaillé du cours (contenu) :

- Notions d'estimation (6h de cours)
 - 1.1 Introduction (objectifs de l'estimation, modélisation, point de vue bayésien / non bayésien, exemples)
 - 1.2 Éléments d'estimations bayésiennes (rappel sur les espaces de Hilbert, théorème de projection orthogonale, estimation en moyenne quadratique avec contrainte linéaire)
 - 1.3 Éléments d'estimation non bayésienne (Inégalité de Cramer-Rao, Estimateur du maximum de vraisemblance)
- Estimation d'un signal dans un bruit additif (3h de TD)
- Analyse spectrale non paramétrique (3h de TD)

- Détection (3h de cours)
 - 4.1 Test des hypothèses (présentation du problème, théorie bayésienne, stratégie de Neyman-Pearson, courbes COR)
 - 4.2 Application à la détection d'un signal dans un bruit (décomposition de Karhunen-Loève, détection d'un signal déterministe dans un bruit gaussien)
- Détection (3h de TD)
- Filtrage linéaire statistique (1h30 de cours)
 - 6.1 Introduction et préliminaires
 - 6.2 Filtrage de Wiener
- Filtrage de Wiener avec contrainte linéaire (3h de TD)
- Prédiction à un pas et passé infini (3h de cours)
 - 8.1 Cas d'un signal dont la densité spectrale de puissance est bornée et admet une factorisation forte
 - 8.2 Cas général, décomposition de Wold
- Interpolation d'un signal stationnaire (3h de TD)
- Prédiction à un pas et passé fini (1h30 de cours)
- Primitives de la théorie de l'information (3h de cours)
 - 11.1 Introduction (source d'information discrète, canal discret, message)
 - 11.2 Quatre problèmes clés de codage (codage canal, approximation canal, codage source distribuée, extraction d'aléa)
 - 11.3 Théorèmes fondamentaux (codage aléatoire (random coding), compartimentage aléatoire (random binning))
- Exercices sur les quatre problèmes clés de codage (2h TD)

Déroulement, organisation du cours :

18h de cours magistraux + 17h de travaux dirigés + contrôle continu (devoirs à la maison et en classe)

Organisation de l'évaluation :

Contrôle continu (devoirs à la maison et en classe): une évaluation en binôme (ou trinôme) sous la forme Devoir à la maison + TD (analyse spectrale) + compte-rendu. Cela donne une note1.

Deux évaluations individuelles (qcm courts): note2 et note3.

L'absence non excusée à une évaluation individuelle donne la note 0, l'absence non justifiée en TD donne une pénalité standard du règlement des études.

Note finale = $(1/2) * \text{note1} + (1/6) * (\text{note2} + 2 * \text{note3})$.

Rattrapage: un examen oral.

Moyens :

Une partie des travaux dirigés se fera avec un ordinateur (utilisation de Matlab ou de Python)

Acquis d'apprentissage visés dans le cours :

À l'issue de ce cours, les élèves devront être en mesure de traiter une large gamme de problèmes concrets d'estimations et de détection, rencontrés dans un contexte scientifique ou industriel. Partant d'un tel problème, ils seront capables :

- de le modéliser en introduisant une fonction coût convenable ;
- de proposer une solution adéquate (i.e., adaptée à l'information a priori disponible) ;
- de prouver l'optimalité de la solution sous certaines conditions qu'ils sauront expliciter ;

- de mettre en œuvre la méthode sur des données et
- de critiquer les résultats obtenus.

De plus, les élèves devront avoir acquis des connaissances de base de la théorie moderne du codage de systèmes discrets sans mémoires (canal, source avec information adjacente au décodeur).

Description des compétences acquises à l'issue du cours :

Skills developed by the course

- C1: Analyze, design and build complex systems with scientific, technological, human and economic components
- C2: Develop an in-depth skills in an engineering field and in a family of professions

Bibliographie :

M. Barret, Traitement Statistique du Signal, ELLIPSES, 2009.

M Bloch et J. Barros, Physical-Layer Security, Cambridge University Press, 2011.