

# 2EL5130 - Chaos, Fractales et complexité

Responsables : **Damien RONTANI**

Langues d'enseignement : **ANGLAIS**

Type de cours : **Electif 2A**

Campus où le cours est proposé : **CAMPUS DE METZ**

Nombre d'heures d'études élèves (HEE) : **60**

Nombre d'heures présentielles d'enseignement (HPE) : **30**

Année académique : **2024-2025**

Catégorie d'électif : **Sciences fondamentales**

Niveau avancé : **oui**

---

## Présentation, objectifs généraux du cours :

Les réseaux de neurones, les oscillateurs électroniques et optiques, ou encore les réactions chimiques sont autant d'exemples de systèmes où les variables d'états décrivant leur évolution spatio-temporelle interagissent de façon non-linéaire. La non-linéarité de ces systèmes est à l'origine d'une grande richesse de leurs comportements dynamiques et permet l'observation de phénomènes nouveaux qui intéressent le scientifique et l'ingénieur. On citera par exemple les dynamiques chaotiques, à l'origine de l'impossibilité de fournir des prédictions météorologiques fiables sur le long terme, ou encore à l'origine de phénomènes collectifs dits émergents telles que la synchronisation dont les applications sont multiples notamment dans les neurosciences pour comprendre et le traiter des troubles cognitifs.

Ce cours donnera donc à l'étudiant les éléments de base de ce que l'on appelle plus généralement la science de la complexité. Il sera illustré par de nombreux cas concrets tirés des travaux de recherches à visée applicative, ce qui permettra à l'étudiant de comprendre et mettre en oeuvre les techniques analytiques et numériques nécessaires à la résolution de problèmes simples.

## Période(s) du cours (n° de séquence ou hors séquence) :

SG8

## Prérequis :

Notions d'Algèbre linéaire et d'Analyse réelle (niveau L2).

Physique générale (Electricité, mécanique, dynamique des fluides) (niveau L2)

Modélisation (1CC3000 : Théorie et Analyse des systèmes dynamiques linéaires, équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles ).

## Plan détaillé du cours (contenu) :

## **Perspective historique et Introduction (1.5h)**

Découverte de la théorie du chaos de H. Poincaré à E. Lorenz  
B. Mandelbrot et les Fractales  
Observation de phénomènes « complexes » en physique, chimie, biologie, mécanique

## **Introduction générales aux systèmes non-linéaires et théorie du chaos (9h)**

Présentation des outils mathématiques (Map, ODE, analyse de stabilité)  
Notion d'attracteurs : Points fixes, cycles limites, Tores  
Bifurcations et diagramme de bifurcations  
Route vers le Chaos et attracteurs étranges.

Systèmes à temps discrets. Notion d'exposants de Lyapunov. Analyse de Complexité : dimension et entropie. Introduction aux automates cellulaires.

**Cas des systèmes non-linéaires à retard.** Description par équations différentielles à retard. Importance en biologie et physique. Application à des systèmes optoélectroniques.

## **Introduction aux Fractales (1.5h)**

Introduction à la théorie des fractales. Autosimilarité et notion de dimension fractale (Hausdorff). Ensemble de Cantor, de Mandelbrot et de Julia.

## **Phénomènes Complexes - Introduction à la physique des réseaux (10,5h)**

Définition des réseaux physiques. Exemple en biologie (métabolisme, génétique, neurosciences) et ingénierie (transport, énergie)  
Phénomènes collectifs et émergents. Notion de synchronisation.  
Exemples de synchronisation en biologie et physique  
Modèle simplifié de Kuramoto.

Phénomène épidémique (modélisation compartimentale et statistique sur les réseaux). Réseaux de contacts.

## **TP/TD/BE (12h):**

Génération numérique de fractales (3h)

Analyse de complexité du chaos d'un système à temps discret (3h)

Etude d'un réseau d'oscillateurs couplés et conditions de synchronisation (3h)

Simulation numérique et analyse d'un système dynamique non-linéaire (3h)

## **Déroulement, organisation du cours :**

Cours magistraux et interactifs avec démonstrations numériques / expérimentales. Priorité donnée aux interprétations physiques et aux exemples, présentations des outils mathématiques simplifiés et nécessaires à la compréhension du cours.

TD: (x2) seront organisés pour l'assimilation de notions clés

TPs: (x3) seront organisés pour la mise en pratique des notions vues en classe sur des problèmes d'inspirations de sujet de recherches récents.

Volume horaire:

Cours magistraux : 18h

TD/BE/TPs : 10.5h

## **Organisation de l'évaluation :**

Organisation de l'évaluation (Modalités et poids de chaque évaluation dans la note finale : Contrôle final, intermédiaire, continu, écrit, oral, projet...) :

- Compte-rendus de travaux pratiques 100% de la note finale (ceux sont des documents individuels). Absence en TP non justifiée et/ou absence de compte rendu : la note de 0 est attribué pour ce TP.

## Moyens :

Equipe enseignante : Damien Rontani, Marc Sciamanna

Ressources information et Logiciels Matlab et/ou Python (pour TD et TPs)

## Acquis d'apprentissage visés dans le cours :

Connaitre les enjeux scientifiques et pluridisciplinaires des sciences du non-linéaire et la théorie des réseaux

Reconnaître des situations où ce formalisme peut-être appliqué.

Connaitre et savoir mettre en oeuvre des techniques d'analyse de systèmes dynamiques non-linéaires et des réseaux.

Simuler numériquement des systèmes dynamiques non-linéaires et des réseaux dynamiques.

## Description des compétences acquises à l'issue du cours :

C1 : Analyze, design, and build complex systems with scientific, technological, human, and economic components

C2 : Develop in-depth skills in an engineering field and a family of professions

C6 : Be operational, responsive, and innovative in the digital world

## Bibliographie :

1. S. H. Strogatz, « Nonlinear Dynamics and Chaos : with Applications in Physics, Biology, Chemistry, and Engineering », Westview Press (2001), ISBN 978-0738204536
2. A. Pikovsky, M. Rosenblum, J. Kurths, « Synchronization: a Universal Concept in Nonlinear Sciences », Cambridge University Press, 2003, ISBN 978-0521533522
3. A.-L. Barabasi, "Network Science", Cambridge University Press, 2016, ISBN 978-1107076266