

# 3CV1050 - Mécanique des structures

Responsables : **Pierre JEHEL**

Langues d'enseignement : **FRANCAIS**

Campus où le cours est proposé : **CAMPUS DE PARIS - SACLAY**

Nombre d'heures d'études élèves (HEE) : **35**

Nombre d'heures présentielles d'enseignement (HPE) : **18**

Année académique : **2024-2025**

Niveau avancé : **non**

---

## Présentation, objectifs généraux du cours :

La mécanique des structures moderne repose sur les principes de la mécanique de Newton, les travaux d'illustres savants du 18ème siècle (Euler, Bernoulli, Lagrange...), mais aussi sur des travaux développés au 19ème siècle (Kirchhoff, Love...) puis au 20ème siècle (Timoshenko, Mindlin, Reissner...). C'est une discipline qui est à la base des outils numériques de simulation et du développement des procédés de construction utilisés dans l'ingénierie pour la conception, la réalisation et la maintenance des infrastructures pour le transport ou l'énergie (ponts, tunnels, centrales nucléaires, barrages), des bâtiments (dont les immeubles de grande hauteur).

Aujourd'hui, véhicules et ouvrages sont conçus, construits et exploités en cherchant à optimiser les ressources mobilisées, à assurer la sécurité des personnes et des biens, à assurer des fonctions toujours plus évoluées (esthétique, résilience des sociétés). La mécanique des structures occupe une place centrale dans cette recherche de performance. D'une part, ses développements doivent être prolongés pour représenter toujours plus fidèlement des phénomènes qui trouvent leur origine dans le comportement de matériaux constitutifs poussés aux limites de leurs capacités ainsi que dans des géométries audacieuses, fortement élancées par exemple. D'autre part, les hypothèses de modélisation et les limites des théories mises en œuvre par les logiciels doivent être maîtrisées et critiquées pour arriver à des résultats de simulations fiables.

Le principal objectif du cours est de rendre les étudiants autonomes dans la modélisation d'un problème de mécanique des structures et dans le calcul analytique des ordres de grandeurs permettant d'estimer en première approche la performance d'une structure (circulation des forces, déplacements, contraintes et déformations). Le cours permet d'acquérir une méthodologie permettant de mettre en équations un système structurel et de mettre en pratique cette méthodologie dans les limites du calcul analytique (sans recourir à la modélisation numérique) et en laissant la possibilité à chaque étudiant d'aller aussi loin que possible. Le cours introduit aussi des concepts fondamentaux sur lesquels reposent les logiciels de calcul des structures et développe donc une approche critique de l'utilisation de ces logiciels.

## Période(s) du cours (n° de séquence ou hors séquence) :

SD9

## Prérequis :

Idéalement, les concepts suivants sont à connaître (un ensemble de supports vidéo et écrits est disponible pour se mettre à niveau en amont du cours) :

Tenseur des déformations de Green-Lagrange

- Solides déformables
- Approche lagrangienne
- Gradient de la transformation
- Tenseur des déformations de Green-Lagrange
- Petites déformations

Tenseur des contraintes de Cauchy

- Conservation de la quantité de mouvement
- Actions mécaniques
- Conservation du moment cinétique
- Modélisation des efforts intérieurs
- Tenseur des contraintes : définition et propriétés

Comportement des matériaux

- Comportement élastique linéaire isotrope

Efforts intérieurs dans une poutre

- Introduction au modèle poutre
- Hypothèses sur le tenseur des contraintes
- Résultante et moment des efforts intérieurs
- Équations d'équilibre associées : approche globale
- Équations d'équilibre associées : approche locale

Modèle poutre

- Déplacement approché
- Hypothèse d'Euler-Bernoulli

## Plan détaillé du cours (contenu) :

### 1. Statique des poutres

- Efforts dans les poutres
- Champs de contraintes normales
- Équations d'équilibre des poutres droites et des poutres courbes (arcs)
- Appuis et conditions aux limites, notions de structure statiquement déterminée et indéterminée
- Circulation des efforts dans les poutres treillis

### 2. Cinématique de poutre ; lois de comportement des poutres

- Cinématique : hypothèses d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko
- Propriétés géométriques des sections de poutres
- Lois de comportement des sections de poutres
- Champs de contraintes normales
- Champs de contraintes tangentielles

### 3. Cisaillement et torsion dans les poutres

- Comparaison des cinématiques de Euler-Bernoulli et de Timoshenko
- Contraintes de cisaillement dans les sections minces
- Torsion

### 4. Déplacements dans les poutres

- Méthode de Bertrand de Fontviolant(\*)
- Méthode de Rayleigh-Ritz
- Formulation "éléments finis"
- Résolution de problèmes statiquement indéterminés
- Poutres continues

(\*) <http://archives-histoire.centraliens.net/pdfs/revues/rev43.pdf>

## 5. Flambement des poutres

- Équations d'équilibre dans la configuration déformée
- Rigidité géométrique
- Longueur de flambement, rayon de giration des sections de poutres
- Charges limites de compression
- Démarche de dimensionnement

## 6. Plastification des systèmes de poutres

- Comportement élasto-plastique des matériaux,
- Moment plastique, rotule plastique
- Couplage effort normal - moment fléchissant
- Notion de ruine
- Démarche de dimensionnement

## Déroulement, organisation du cours :

Les présentations théoriques sont réduites au minimum.

Les concepts sont introduits dans le cadre de la résolution de problèmes concrets.

## Organisation de l'évaluation :

### QCM :

Des QCM peuvent être proposés entre les séances. Les QCM n'entrent pas dans la note finale mais doivent nécessairement être complétés avec succès pour valider le cours.

### Projet individuel :

Chaque étudiant et étudiante du cours analyse une structure existante ou futuriste de son choix à la lumière des notions abordées dans le cours. Ce travail est présenté en 5 slides accompagnées d'une note de calculs de 5 pages. Les calculs doivent reposer sur des méthodes analytiques ; un tableau Excel ou d'un notebook Python peuvent être utilisés pour certains calculs fastidieux à la main.

Sont attendus :

- Un modèle mécanique de la structure ou d'une portion de structure avec justification des hypothèses de modélisation ; le modèle doit permettre l'étude sans recourir à un logiciel de simulation numérique (3 points).
- Un modèle de chargement et de conditions aux limites suffisamment simple pour des calculs analytiques mais cohérent avec une des fonctions que doit remplir la structure (3 points).
- Une justification de la géométrie de la structure à partir de l'analyse de la circulation des efforts (3 points).
- Un calcul des contraintes au niveau d'un assemblage entre deux éléments de structure ou dans une zone critique (3 points).
- Une estimation des déplacements maximaux dans le cas d'un matériaux élastique homogène isotrope (3 points).
- Calcul plastique d'une zone critique et / ou instabilité élastique (3 points).
- Qualité du rendu (2 points).

Pour chacun de ces points, l'acquisition de plusieurs niveaux de compétences est évaluée :

1. Niveau 1 - Connaissance. L'étudiant est capable d'analyser une structure en la replaçant dans le cadre d'un problème traité en cours (connaissance des méthodes et des principes généraux).
2. Niveau 2 - Compréhension. L'étudiante est capable d'analyser une structure en appliquant les méthodes du cours à des situations relativement nouvelles par rapport aux problèmes traités en cours.
3. Niveau 3 - Maîtrise. L'étudiante démontre sa capacité à développer les méthodes et principes généraux du cours pour aller plus loin que les exemples traités en cours en s'appuyant éventuellement sur des articles scientifiques.

## Moyens :

Cours illustré par de nombreux exemples d'applications.

Entre deux séances du cours, les étudiants travaillent à un projet individuel qui sera évalué à la fin du cours. Une permanence hebdomadaire est assurée par les enseignants pour répondre aux questions des étudiants.

## Acquis d'apprentissage visés dans le cours :

À l'issue du cours, les étudiants :

- Connaîtront les principales théories et méthodes pour l'analyse statique des éléments de structure les plus courants.
- Auront une bonne compréhension des mécanismes physiques qui régissent le comportement des éléments de structure les plus courants.
- Connaîtront certains ordres de grandeurs pour un pré-dimensionnement des structures.
- Sauront mettre en place une démarche d'ingénieur pour un pré-dimensionnement des structures.

## Bibliographie :

Bauchau O.A., Craig J.I. Structural Analysis - With Applications to Aerospace Structures. Springer, 2009.

De Buhan P. Plasticité et calcul à la rupture. Presses de l'ENPC, 2007.

Puel G., Hamon A.-L. Mécanique pour l'ingénieur - Milieux continus solides et fluides, systèmes multicorps, structures. Dunod, 2021.

Puel G., Barbarulo A. Mécanique des milieux continus. Polycopié du cours 1EL5000, CentraleSupélec, 2021.

Timoshenko S.P., Gere J.M. Theory of elastic stability. McGraw-Hill, 1961.

Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S. Theory of plates and shells. McGraw-Hill, 1959.