

3MD1050 - Analyse Harmonique

Responsables : **Pauline LAFITTE , Laurent MOONENS**

Langues d'enseignement : **FRANCAIS**

Campus où le cours est proposé : **CAMPUS DE PARIS - SACLAY**

Nombre d'heures d'études élèves (HEE) : **40**

Nombre d'heures présentielles d'enseignement (HPE) : **24**

Année académique : **2024-2025**

Niveau avancé : **non**

Présentation, objectifs généraux du cours :

Ce cours vise à présenter quelques techniques importantes d'analyse harmonique, susceptibles d'être utilisées dans plusieurs domaines d'applications (analyse des É.D.P., théorie géométrique de la mesure, etc.).

Période(s) du cours (n° de séquence ou hors séquence) :

SD9

Prérequis :

Une bonne connaissance de l'analyse réelle et des bases de l'analyse de Fourier « hilbertienne ».

Plan détaillé du cours (contenu) :

Le cours s'articulera comme suit :

Partie théorique :

- Transformation de Fourier (discrète et continue), noyau de Poisson, problème de Dirichlet dans le plan.
- Recouvrements et fonctions maximales ; principes de Stein; Interpolation réelle.
- Décompositions de Calderón-Zygmund ; une application à la convergence presque partout.

Si le temps le permet, on étudiera encore divers aspects de la formule de Stokes (théorème de Gauss-Green, ou de la divergence) .

Partie applicative :

Un certain nombre d'applications de l'analyse harmonique seront présentées dans le contexte de l'informatique. En particulier,

1. Traitement et filtrage du signal.
2. Représentation pour l'apprentissage automatique.
3. Compression des données (JPEG, MP3).

4. Imagerie computationnelle (IRM, télescopes computationnels de la taille de la Terre).

En outre, une session de laboratoire (1h30) suivra, au cours de laquelle sera démontrée la manière dont la transformée de Fourier peut être utilisée pour le traitement du signal (audio, image). Pour le laboratoire, les étudiants devront disposer de leurs ordinateurs portables personnels, python sera utilisé au sein de la plateforme google colab.

Déroulement, organisation du cours :

Partie théorique : Cours magistral. En plus des séances de cours, des suggestions d'exercices seront régulièrement formulées.

Partie applicative : Cours + TP.

Organisation de l'évaluation :

Examen écrit (3h).

Moyens :

Equipe pédagogique : Laurent Moonens, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay (partie théorique), Stergios Christodoulidis, CS (partie applicative)

Acquis d'apprentissage visés dans le cours :

Techniques avancées de décomposition de fonctions.

Description des compétences acquises à l'issue du cours :

A mastery of the techniques studied in order to be able to use them in other parts of the analysis.

Bibliographie :

L.C. Evans et R. Gariepy, Measure theory and fine properties of functions, CRC Press.

A. Garsia, Topics in almost everywhere convergence, Markham Publishing Company.

P. Mattila, Geometry of sets and measures in Euclidean spaces, Cambridge.

M. Willem, Analyse harmonique réelle, Hermann.