

3MD2020 - Equations de Hamilton-Jacobi

Responsables : **Pauline LAFITTE**

Langues d'enseignement : **FRANCAIS**

Campus où le cours est proposé : **CAMPUS DE PARIS - SACLAY**

Nombre d'heures d'études élèves (HEE) : **40**

Nombre d'heures présentielles d'enseignement (HPE) : **24**

Année académique : **2024-2025**

Niveau avancé : **non**

Présentation, objectifs généraux du cours :

L'objectif de ce cours est de présenter une vue d'ensemble des différentes approches permettant de caractériser et d'approcher numériquement les équations décrivant la propagation de fronts, et plus généralement les équations de Hamilton-Jacobi. Ces équations interviennent dans plusieurs domaines tels que la propagation d'ondes (dans l'approximation haute fréquence), la modélisation de propagation d'interfaces ou le calcul de plus courts chemins (géodésiques) en théorie du contrôle optimal.

Après avoir étudié trois approches de l'équation de Hamilton-Jacobi (les caractéristiques, les équations d'Euler-Lagrange et le calcul variationnel) et introduit la notion de solution de viscosité, le lien entre l'équation de Hamilton-Jacobi et le contrôle optimal sera esquissé. Enfin, différentes méthodes numériques seront présentées, analysées (stabilité, convergence) et programmées sur ordinateur.

Période(s) du cours (n° de séquence ou hors séquence) :

SM11

Prérequis :

notions d'analyse et de méthodes de discrétisation, EDP

Plan détaillé du cours (contenu) :

1) Introduction

2) Trois approches

Résolution par la méthode des caractéristiques

Equations d'Euler-Lagrange

Calcul variationnel et EDO

2) Solutions de viscosité

3) Contrôle optimal

- 4) Schémas aux différences finies
 - 5) Schémas de propagation d'interfaces
- Level-Sets
Fast-Marching

Déroulement, organisation du cours :

Cours au tableau.

Organisation de l'évaluation :

Examen écrit.

Moyens :

Equipe pédagogique : Pauline Lafitte (CentraleSupélec)

Acquis d'apprentissage visés dans le cours :

Connaissance fine du comportement des solutions des équations HJB, de la modélisation des fronts de propagation et de leurs approximations

Description des compétences acquises à l'issue du cours :

Both theoretical and numerical expertise for the solution of certain non-linear problems by proposing to program, test and compare these methods on concrete problems.

Bibliographie :

- [1] L. C. Evans. Partial differential equations, volume 19 of Graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society, Providence, RI, 1998.
 - [2] R. P. Fedkiw and S. Osher. Level set methods : An overview and some recent results. J. Comput. Phys, pages 463–502, 2001.
 - [3] Pierre-Louis Lions. Generalized solutions of Hamilton-Jacobi equations, volume 69 of Research Notes in Mathematics. Pitman (Advanced Publishing Program), Boston, Mass., 1982.
 - [4] E. Trélat. Contrôle optimal. Mathématiques Concrètes. [Concrete Mathematics]. Vuibert, Paris, 2005. Théorie & applications. [Theory and applications].
- Divers articles de recherche récents qui seront précisés au fur et à mesure.