1CC3000 - Modélisation – Représentations et analyse des modèles

Responsables : **Cristina-Nicoleta STOICA**

Type de cours : **Cours commun**

Nombre d'heures d'études élèves (HEE) : **60**

Nombre d'heures présentielles d'enseignement (HPE) : **31**

Année académique : **2025-2026**

Présentation, objectifs généraux du cours :

Les progrès technologiques et scientifiques actuels n'auraient pas pu être possibles sans les concepts et les outils permettant de comprendre le comportement des systèmes complexes faisant intervenir des domaines d'application variés (comme l'énergie, les télécommunications, le transport, l'aéronautique et le spatial, l'économie et la finance, la santé, etc.). La modélisation de systèmes joue un rôle essentiel pour la commande des systèmes, ainsi que pour l'analyse des interactions entre les divers composants d'un système ou entre différents systèmes.

A l'issue de ce cours, les élèves seront capables de représenter et analyser l'évolution d'un système au moyen d'un modèle exploitable analytiquement ou numériquement, adapté à l'objectif de modélisation déterminé en termes d'hypothèses de modélisation, de représentativité et de niveau de complexité, et d'en déterminer le domaine de validité.

Pour cela, ils seront capables de choisir et justifier l'échelle temporelle et spatiale d'intérêt, ainsi que la représentation la plus adaptée. Puis, à partir de données expérimentales, ils seront capables de concevoir une structure de modèle et d'en identifier les paramètres, malgré les bruits de mesure inhérents, et finalement d'évaluer la pertinence / la validité des modèles proposés.

Période(s) du cours (n° de séquence ou hors séquence) :

ST2

Prérequis :

Analyse, Probabilités, Bases d'Algorithmique.

Plan détaillé du cours (contenu) :

1) Introduction générale : du système à la formalisation mathématique [Cours 1h30]
• Taxonomie des modèles (discret/continu/hybride, déterministe/stochastique, mécaniste/data-driven, espace d'états etc.)
• Démarche de modélisation

2) Modélisation des systèmes à état continu (dans le sens d'un système dynamique) [Cours 6h, TD 4h30]
• Représentation temporelle des systèmes dynamiques :
o Temps continu : écriture d'une équation différentielle sous forme de représentation d'état (linéaire ou non linéaire), calcul des points d'équilibre et linéarisation d'un système non linéaire autour d'un

point de fonctionnement, résolution explicite d'une équation d'état linéaire, analyse de la stabilité par étude des valeurs propres
o Temps discret : représentation d'une équation aux différences sous forme de représentation d'état (linéaire ou non linéaire), calcul des points d'équilibre et linéarisation autour d'un point, solution de la représentation d'état linéaire, analyse de stabilité par étude des valeurs propres
• Représentation fréquentielle :
o Fonction de transfert d'un système linéaire à temps continu : notions de base sur les transformée de Laplace, analyse fréquentielle (diagramme de Bode), analyse temporelle (réponse impulsionnelle, réponse indicielle - focus sur les systèmes du 1er et du 2nd ordre), lien avec la représentation d'état
o Fonction de transfert d'un système linéaire à temps discret : notions de base sur la transformée en z, lien avec la représentation d'état

3) Modélisation des systèmes à état discret [Cours: 3h, TD: 3h]
• Automates :
o Automates non temporisés, produits synchrones et parallèles d'automates
• Réseaux de Petri :
o Formalisation des réseaux de Petri non temporisés, modélisation de processus (partages de ressources, synchronisation, etc.), analyse par algèbre linéaire, analyse des propriétés d'un réseau de Petri
o Extension au cas de réseaux de Petri temporisés
• Systèmes hybrides
o Formalisation, conditions de garde et d'invariances, fonction de réinitialisation des états continus

4) Méthodes pour l'analyse, l'identification paramétrique et l'évaluation des modèles [Cours 4h30 + TD 3h]
• Analyse de sensibilité, calcul de perturbations, analyse d'incertitudes :
o Modélisation des incertitudes : modélisation à partir de données disponibles (histogrammes, méthodes des noyaux, estimation de la moyenne et de la variance), principe du maximum d'entropie
o Propagation des incertitudes : calcul par intervalle, combinaison de variance, approche Monte Carlo
o Analyse de sensibilité : cas des systèmes linéaires ou quasi-linéaires, indices de Sobol
• Evaluation de modèles:
o Identifiabilité, éléments d'identification paramétrique (méthode des moindres carrés, à partir d'une réponse temporelle, à partir d'une réponse fréquentielle), optimisation numérique, critères AIC (Akaike Information Criterion) / MSEP (Mean Squared Error of Prediction)
• Application de l'estimation de paramètres sur modèle simple, régression linéaire / non linéaire

5) Illustration et mise en application de la démarche de modélisation [TD : 1h30]
• TD de mise en oeuvre de l'approche de modélisation sur un cas d'étude réel

6) Examen écrit final [3h]

7) En parallèle, les étudiants réaliseront un projet en temps libre. Un créneau est prévu pour des échanges Q&A avec l'équipe enseignante. [Projet : 1h30 en présentiel]

Déroulement, organisation du cours :

Voir le plan détaillé du cours

Organisation de l'évaluation :

Epreuves obligatoires :
- Examen final (3h) : 75% de la note finale - individuel, avec documents et calculatrice ;
- Projet : 25% de la note finale - par groupe de 3 élèves ; La note du projet est une évaluaton obligatoire (EO)
- Lors de ce cours, la compétence C1 sera evaluée via l'examen final et le projet.

Moyens :

- Equipe enseignante (noms des enseignants des cours magistraux) :
  Stéphane FONT, Véronique LETORT-LE CHEVALIER, Hugo LHACHEMI, Guillaume SANDOU, Cristina STOICA, Cristina VLAD
- Taille visée pour les groupes de TD : 2 fois (par demi-promo) 12 TDs à 40 étudiants ;
  Liste provisoire :
  Stéphane FONT, Véronique LETORT-LE CHEVALIER, Hugo LHACHEMI, Guillaume SANDOU, Cristina STOICA, Cristina VLAD, Pedro RODRIGUEZ, Chengfang REN, Israel HINOSTROZA, Jacques ANTOINE
- Outils logiciels et nombre de licences nécessaires : Matlab
- Salles de TD : TD en classes normales (tableau, vidéoprojecteur, prises électriques, Wifi) avec portables des élèves

Acquis d'apprentissage visés dans le cours :

Après complétion de ce cours, les étudiants seront capables de :
1. Choisir un type de modèle adapté au système étudié et à l'objectif de modélisation (simulation, optimisation, commande, ...) : discret / continu, dynamique / statique, mécaniste (fondé sur les connaissances) / empirique (fondé sur les données), fréquentiel / temporel.
2. Modéliser et analyser un processus continu, en utilisant les représentations fréquentielles ou temporelles ; mettre en œuvre des méthodes de base d'identification paramétrique (méthodes des moindres carrés à partir de mesures fréquentielles ou temporelles).
3. Modéliser et analyser un système discret en utilisant une approche adéquate : automates, réseaux de Pétri, simulation fondée sur évènements discrets.
4. Apporter un regard critique sur les modèles développés : propagation d'incertitudes, analyse de sensibilité (méthodes locales et globales notamment fondées sur la variance), sélection de modèles par rapport à un cahier de charges.
5. Implémenter numériquement le modèle obtenu, le simuler et le valider, en le confrontant aux données expérimentales.

Description des compétences acquises à l'issue du cours :

En termes de compétences :
- Les 3 premiers items des **Acquis d'apprentissage visés** contribuent aux compétences C1.1 "Analyser : étudier un système dans sa globalité, la situation dans son ensemble. Identifier, formuler et analyser un système dans le cadre d'une approche transdisciplinaire avec ses dimensions scientifiques, économiques, humaines, etc." et C1.2 "Modéliser : utiliser et développer les modèles adaptés, choisir la bonne échelle de modélisation et les hypothèses simplificatrices pertinentes"
- Les items 4 et 5 correspondent à la compétence C1.3 "Résoudre : résoudre un problème avec une pratique de l'approximation, de la simulation et de l'expérimentation"
- L'item 5 répond à la compétence C1.4 "Concevoir : spécifier, réaliser et valider tout ou partie d'un système complexe"

Bibliographie :

- T. Chevet, S. Font, M.A. Lefebvre, V. Letort-Le Chevalier, H. Lhachemi, C. Maniu, G. Sandou, C. Vlad (2021). "Modélisation. Représentations et analyse des modèles", Polycopié CentraleSupélec, 3ème édition en français, Gif-sur-Yvette.
- T. Chevet, S. Font, M.A. Lefebvre, V. Letort-Le Chevalier, H. Lhachemi, D. Madhavan Brochier, C. Maniu, G. Sandou, C. Vlad (2021). "Model Representations and Analysis", Polycopié CentraleSupélec, 2ème édition en anglais, Gif-sur-Yvette.
- Walter, É., & Pronzato, L. (1994). Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales. Masson.

- Lamnabhi-Lagarrigue, F, Annaswamy, A, Engell, S, Isaksson, A, Khargonekar, P, Murray, RM Nijmeijer, H, Samad, T, Tilbury, D & Van den Hof, P 2017, 'Systems & Control for the future of humanity, research agenda: Current and future roles, impact and grand challenges' Annual Reviews in Control, vol 43, pp. 1-64.
- Saltelli, A. et al. (2008). Global sensitivity analysis: the primer. John Wiley & Sons.