

SPR-MAT-001 - Topologie, Mesure et Intégration

Responsables : **Pierre-Yves RICHARD**

Langues d'enseignement : **FRANCAIS**

Campus où le cours est proposé : **CAMPUS DE RENNES**

Nombre d'heures présentielles d'enseignement (HPE) : **19**

Année académique : **2025-2026**

Niveau avancé : **non**

Présentation, objectifs généraux du cours :

Le but du cours est de présenter un certain nombre de concepts et formalismes mathématiques fondamentaux pour la modélisation des systèmes complexes, parmi lesquels des éléments de topologie dans les espaces métriques, une synthèse de la théorie de la mesure à la base du cadre probabiliste moderne, ainsi que l'intégrale de Lebesgue et les résultats de passage à la limite qui lui sont associés.

Période(s) du cours (n° de séquence ou hors séquence) :

Semestre 5

Prérequis :

Aucun

Plan détaillé du cours (contenu) :

- Topologie des espaces métriques
- Continuité
- Complétude
- Mesure et intégration

Déroulement, organisation du cours :

CM : 5 séances d'1h30

TD : 7 séances d'1h30 (groupes d'environ 25 étudiants)

Organisation de l'évaluation :

Contrôle Continu : 30% - Examen final d'1h30 : 70% -

Le calcul de la note de session 2 prend en compte le contrôle continu de la même façon que celui de la note de la session 1.

Moyens :

- Equipe enseignante (noms des enseignants des cours magistraux) : Simon POSTEC, plus un chargé de TD
- Taille des TD : environ 25 élèves

Acquis d'apprentissage visés dans le cours :

A la fin de ce cours, l'étudiant sera capable de :

- montrer qu'une certaine application est une distance et déterminer les ouverts associés
- montrer qu'une certaine application est une norme ; montrer que deux normes sont équivalentes
- caractériser la continuité par les suites
- montrer qu'une application linéaire entre deux espaces vectoriels normés est continue
- caractériser la complétude par les suites de Cauchy
- manipuler les mesures
- montrer qu'une fonction est mesurable, intégrable au sens de Lebesgue
- inverser une limite (ou une dérivée) avec une intégrale
- intégrer sur un espace produit (théorème de Fubini)
- appliquer un changement de variables dans le cas d'ouverts de \mathbb{R}^n avec la mesure de Lebesgue
- connaître et appliquer l'inégalité de Hölder
- connaître les espaces L^p et discuter de l'appartenance de fonctions à ces espaces